» Cet opuscule, quoique ayant été composé à une époque déjà ancienne (à peu près dans le même temps que notre *Théorie de la Rotation des corps*), pourra offrir encore aujourd'hui de l'intérêt au lecteur, et même ne manquera pas d'opportunité. »

MÉMOIRES LUS.

RÉSISTANCE DES SOLIDES. — *Nouveau Mémoire sur la torsion des prismes; par* **M. DE SAINT-VENANT.**

(Commissaires, MM. Cauchy, Poncelet, Piobert, Lamé.)

« Le problème général de la détermination *numérique* des déplacements des points d'un corps solide élastique, sollicité par des forces données quelconques, offre des difficultés qui n'ont pu encore être surmontées.

» Le problème inverse, où l'on se propose de trouver les forces capables de produire des déplacements donnés, est, au contraire, très-facile à résoudre. Mais on aurait bien peu de chances, en attaquant la question de ce côté, d'arriver à une série de solutions qui pussent intéresser la pratique.

» Il en est autrement si l'on suit une méthode mixte, consistant à se donner *une partie des déplacements* et en même temps *une partie des forces*, et à déterminer par l'analyse quels doivent être et les autres forces et les autres déplacements, après s'être assuré, bien entendu, que les données choisies sont compatibles. On peut, de cette manière, en ne rencontrant que des intégrations facilement effectuables, fournissant des expressions calculables en nombres, obtenir les solutions rigoureuses d'un grand nombre de problèmes particuliers qui soient de ceux que présente la pratique, ou qui s'en rapprochent assez pour leur être assimilables sans erreur sensible.

» Les problèmes sur la torsion des prismes sont de ce nombre. Pour les résoudre, on se donnera *une partie des déplacements* en ce qu'on les supposera tels, que le prisme se trouve *tordu* sur lui-même; et l'on se donnera une *partie des forces* en ce qu'on supposera nulles ou normales les pressions extérieures latérales.

» Si ξ, η, ζ sont les déplacements parallèles aux axes des x, y, z, et si θ est l'angle de torsion rapporté à l'unité de longueur, la *donnée* sur les déplacements aura pour expression (l'axe des x étant celui de torsion)

$$\frac{d\eta}{dx} = \theta z, \quad \frac{d\zeta}{dx} = -\theta y.$$

Elle réduit l'une des trois équations différentielles générales à ne plus contenir que le déplacement longitudinal ξ, et le problème se réduit à l'intégrer en satisfaisant à la condition qui exprime la donnée relative aux forces agissant aux points de la surface latérale du prisme.

» On trouve ainsi, pour un prisme à base elliptique dont b, c sont les demi-axes dans les sens desquels G, G′ représentent les *coefficients d'élasticité de glissement*,

$$\xi = ax + \frac{\frac{b^2}{G} - \frac{c^2}{G'}}{\frac{b^2}{G} + \frac{c^2}{G'}}\theta yz, \qquad \eta = a'y + \theta xz, \qquad \zeta = a''z - \theta xy,$$

a, a', a'' étant des dilatations supposées constantes dans les trois sens.

» Il est facile de déterminer quelles forces, agissant sur les bases et sur les faces, produiraient de pareils déplacements, et *n'en sauraient produire d'autres*, si le point du prisme pris pour origine est assujetti, ainsi que deux des petites lignes qui s'y croisent. En sorte que l'on peut conclure réciproquement, de ces forces supposées données, aux déplacements supposés cherchés.

» Celles qui agissent sur chaque base ont, autour de l'axe de torsion, un moment total dont la valeur est, I et I′ exprimant les moments d'inertie de la base autour de ces deux axes principaux,

$$\frac{4\theta}{\frac{1}{GI} + \frac{1}{G'I'}}.$$

Elle se réduit, lorsque $G = G'$, $I = I'$, à celle de Coulomb relative au prisme ou cylindre circulaire, et dont on fait usage avec confiance, bien qu'elle exige à la rigueur, comme l'autre, une distribution particulière des forces sur les bases. L'expérience ayant appris, depuis longtemps, que l'influence du mode particulier d'application symétrique des forces vers les extrémités ne se fait sentir qu'à des distances très-petites des points où elles agissent, on peut employer les résultats ci-dessus, quel que soit ce mode, avec toute l'approximation qu'on peut désirer.

» On en déduit (au moins lorsque $G = G'$) que les points où la matière du prisme court le plus de danger de rupture ne sont pas, comme on le pensait, ceux de la surface latérale les plus éloignés de l'axe de torsion, mais, au contraire, les *points les plus rapprochés*, c'est-à-dire les extrémités du petit axe des ellipses.

» Ce résultat tout nouveau s'explique en remarquant que, par la torsion, les sections transversales primitivement planes deviennent des surfaces gauches, et leurs élements s'inclinent en même temps que les arêtes qui les rencontrent, en sorte que c'est aux points dont nous parlons que l'inclinaison résultante ou mutuelle des arêtes et des éléments est la plus forte. On le rend palpable en construisant des modèles en relief.

» Lorsque la section est un rectangle, le déplacement ξ s'obtient en une série transcendante ne différant de celle qui a été communiquée à l'Académie le 22 mars 1847 (1), qu'en ce qu'à la place du rapport des deux côtés, il faut mettre ce même rapport multiplié par $\sqrt{\frac{G}{G'}}$ lorsque l'élasticité n'est pas la même en tous sens autour de l'axe de torsion.

» Elle prouve que les barres carrées résistent moins à la torsion que les barres rondes pour même moment d'inertie de leurs bases autour des centres, ce qui est confirmé par les expériences de Duleau et de Savart.

» Elle montre encore que les *points dangereux* ne sont pas, comme on le pense, sur les arêtes saillantes (car ces arêtes restent normales aux sections devenues courbes), mais au milieu des faces latérales, et même, quand $G = G'$, au milieu des plus grandes faces, et, par conséquent, *aux points les plus rapprochés de l'axe de torsion*. C'est en ces points (ainsi qu'on s'en assure facilement avec des prismes de caoutchouc) qu'a lieu le plus grand *glissement relatif* qui tend à produire des fentes longitudinales dans les barres de bois ou de fer fibreux.

» C'est ce que l'on trouve également en calculant exactement les déplacements et la résistance à la torsion de prismes ayant pour bases des carrés curvilignes à angles aigus ou à angles arrondis, représentés par cette équation du quatrième degré (où a doit être pris entre $-\frac{1}{2}$ et $+\frac{1}{2}$),

$$y^2 + z^2 - a(y^4 - 6y^2z^2 + z^4) = 1 - a,$$

et de prismes ayant pour bases une sorte d'étoile à quatre pointes arrondies représentée par une équation du huitième degré qui prend cette forme, en se servant des coordonnées polaires r et α,

$$r^2 - ar^4 \cos 4\alpha + a'r^8 \cos 8\alpha = 1 - a + a',$$

et où, pour avoir des courbes fermées dont le petit diamètre ne soit que la moitié du grand, il faut prendre $a = 0,922$ ou un peu au-dessous, et $a' = \frac{1}{4}a$ ou un peu au-dessous.

» On reconnaît ainsi, qu'une concavité légère donnée aux faces d'une barre carrée suffit pour diminuer beaucoup sa résistance, *même à égal mo-*

(1) *Comptes rendus*, tome XXIV, page 487.

ment d'inertie de sa base, et que les pièces à quatre côtes saillantes, employées si utilement pour résister à la flexion, ne peuvent être d'aucune utilité pour résister à des forces qui tendent à tordre. Les côtes ne fournissent presque aucune quote-part dans la résistance à la torsion.

» On peut calculer exactement la torsion de prismes *pleins* ayant des bases d'un grand nombre d'autres formes. On calcule celle des prismes creux par les mêmes formules quand les équations de la base extérieure et de la base intérieure ne diffèrent que par une constante. »

CHIRURGIE. — *Quelques mots sur les anesthésiques; par* M. le Dr **Jojert**, de Lamballe.

(Commissaires, MM. Flourens, Roux, Velpeau, Balard.)

L'auteur, en terminant son Mémoire, le résume dans les termes suivants :

« A des époques éloignées de nous on a senti la nécessité de diminuer la sensibilité, et d'éteindre les douleurs pendant les opérations. Au XIXe siècle seulement, on est parvenu à rendre l'homme insensible. C'est d'abord en Amérique qu'on a, avec l'*éther*, préservé les opérés des douleurs qui accompagnent les opérations. M. Flourens en France, et M. Simpson en Angleterre, ont introduit dans la science, le premier par ses expériences sur les animaux, et le second par son emploi sur l'homme, un anesthésique précieux, le *chloroforme*.

» Les anesthésiques produisent d'abord sur les voies qu'ils parcourent une action irritative, à la manière d'un corps étranger. Ils agissent ensuite sur le système nerveux, en abolissant momentanément les fonctions sensoriales et motrices. Ils produisent leurs premiers effets sur le cerveau, le cervelet, la moelle épinière, les racines postérieures, les racines antérieures, et enfin sur la protubérance annulaire, qui est la dernière à perdre son influence nerveuse; ainsi le cerveau, organe de perception, est d'abord paralysé; puis le cervelet, organe d'équilibre des mouvements; puis la moelle, puis les racines sensitives, puis les racines motrices, et enfin la protubérance annulaire, centre vital du système nerveux.

» Les anesthésiques agissent sur le système nerveux par l'intermédiaire de la circulation. Les anesthésiques, mis en contact avec la substance nerveuse, ne font que la modifier localement, sans porter atteinte au reste de l'arbre nerveux. Que l'on mette, en effet, du chloroforme en contact avec les nerfs, après les avoir dépouillés de leurs membranes et de leurs vaisseaux, il ne se produira aucun phénomène anesthésique général. Les anesthésiques n'a-