MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur le calcul de la résistance d'un pont en charpente, et sur la détermination, au moyen de l'analyse des efforts supportés dans les constructions existantes, des grandeurs des nombres constants qui entrent dans les formules de résistance des matériaux; par* MM. DE SAINT-VENANT *et* PAUL MICHELOT. (Extrait par les auteurs.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Poncelet.)

« **1.** Le présent Mémoire offre une première application d'une méthode que nous croyons avoir été formulée pour la première fois d'une manière générale par l'un de nous, dans les feuilles lithographiées du cours qu'il a fait en 1837-1838 à l'École des ponts et chaussées, où l'autre était alors élève.

» Lorsqu'un système de charpente, tel qu'un pont, est soumis à une charge quelconque, comme celle d'une foule qui s'y presse, ou de plusieurs lourdes voitures qui y passent, les pièces qui le composent supportent divers efforts qu'il importe de connaître pour y proportionner leurs dimensions; mais, excepté dans quelques cas simples, les principes de la statique ordinaire ne sauraient rien apprendre sur cette répartition de l'effort total; aussi, on s'est presque toujours contenté jusqu'à présent, en projetant les ouvrages en charpente, d'apprécier par sentiment les dimensions à donner aux diverses pièces en imitant plus ou moins les ouvrages existants. Quelquefois on joignait, à cette appréciation en quelque sorte instinctive et à cette imitation, quelques calculs par aperçu, fondés sur certaines décompositions des efforts; mais, le plus souvent, ces décompositions étaient hypothétiques, et elles variaient avec l'idée que s'en faisait chaque constructeur.

» Un Mémoire du 30 octobre dernier sur la résistance et la flexion des solides (*voir* la fin de l'Extrait qui s'en trouve au *Compte rendu*), indique comment on peut s'y prendre en général pour faire cesser l'indétermination et l'arbitraire, et pour calculer toutes les réactions et actions mutuelles inconnues, dans un système quelconque.

» Une fois ces forces déterminées, on les fera entrer dans les équations qui expriment la résistance de chaque pièce à la rupture, et on reconnaîtra si les dimensions qui leur auront été attribuées provisoirement sont trop fortes ou trop faibles, ce qui permettra de changer ces dimensions et d'arriver, par tâtonnement, à celles qu'il convient de donner.

» **2.** Mais ce calcul des efforts partiels, supportés par les diverses pièces dans un système quelconque en charpente, peut servir aussi à résoudre un problème inverse et très-important.

« Dans les équations de résistance des pièces à la rupture, il entre certaines quantités numériques désignées ordinairement par R ou R_0, qui expriment les plus grands efforts auxquels on peut soumettre un prisme de même matière, ayant pour base l'unité superficielle, sans craindre que son élasticité, et, par suite, sa cohésion, s'altèrent. On n'a jusqu'à présent, sur les valeurs de ces coefficients, que des données extrêmement vagues, car les expériences sur la rupture immédiate ne fournissent que des limites supérieures dont il convient de se tenir excessivement éloigné, au point que plusieurs auteurs conseillent de réduire ces valeurs au $\frac{1}{10}$ de ce que les expériences ont donné.

» Or, en appliquant le calcul des efforts à toutes les pièces de diverses constructions existantes, douées de la stabilité convenable et remplissant leur objet, on sera mieux renseigné sur ces coefficients; car on aura des limites inférieures de leurs grandeurs. Et si les constructions pour lesquelles on fait le calcul sont réputées hardies, par des motifs tirés du défaut reconnu de stabilité de constructions plus légères, on conçoit que les valeurs que l'on en tirera pour le coefficient R_0 (*Compte rendu* du 30 octobre) s'approcheront beaucoup de leurs véritables valeurs. On apprendra ainsi à imiter les constructions hardies et légères, non plus aveuglément, mais d'une manière logique, et l'on se trouvera sur la voie de corriger son point de départ, qui est la valeur du coefficient, et d'arriver peu à peu à donner généralement aux constructions le maximum de légèreté et d'économie (feuilles lithographiées précitées).

» C'est un calcul de ce genre que nous allons faire pour le pont en charpente du Blanc sur la Creuse; nous l'avons choisi parce que la disposition particulière de ses contre-fiches et de son plancher évite plusieurs causes de complication, et permet de se borner à calculer une de ses fermes. Nous considérerons, dans d'autres Mémoires, des cas différents.

» **3.** Le calcul complet apprend, pour ce pont, que lorsque la charge consiste dans le poids du plancher et dans une charrette de 8 000 kil., placée au milieu, les poutres ne portent ni sur les piles ni sur les secondes contre-fiches, en sorte qu'elles ne sont soutenues que par les sous-poutres et par les contre-fiches les plus longues. Il en résulte que le calcul final de la résistance est très-simple, et l'on trouve que les poutres supportent, de part et d'autre, des sous-poutres, le $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{7}$ de l'effort qui déterminerait leur rupture immédiate; ce qui donne, comme l'on voit, une valeur du coefficient R_0 un peu plus grande que celle qui a été conseillée comme on vient de dire.

» **4.** On trouve que les poutres supportent moins, vers leur milieu, surtout en faisant entrer dans le calcul l'action longitudinale mutuelle des poutres et des sous-poutres.

» Cette action se compose, en général, de deux parties, comme l'on sait, l'*adhésion* et le *frottement;* nous pensons que l'adhésion doit être supposée nulle, car les ébranlements dus au passage des voitures maintiennent dans un état de glissement relatif les pièces en contact. Quant au frottement, il est égal environ au coefficient 0,50 (chêne sur chêne) multiplié par la pression, et celle-ci est due, non-seulement au poids de la poutre et de sa charge, mais encore à la tension des étriers en fer reliant les deux pièces : cette seconde partie de la pression varie selon que les boulons se sont maintenus plus ou moins serrés, et l'on ne doit pas trop compter sur son aide.

» 5. D'autres recherches nous ont appris que le frottement était surtout important à prendre en considération dans les ponts où il y a des *sous-poutreaux* auprès des piles ou culées; car si les sous-poutreaux sont supposés n'exercer aucun frottement ou autre action longitudinale, ni sur les poutres qui posent sur eux ni sur le haut des culées où leurs abouts sont placés, ils ne fournissent absolument rien dans le calcul de la résistance générale, même lorsqu'ils sont soutenus par des contre-fiches; et ces dernières elles-mêmes, assemblées sur les sous-poutreaux, sont inutiles : d'où il suit que c'est en augmentant les frottements qu'on rendra utiles ces pièces du système.

» C'est ainsi qu'en essayant d'appliquer le calcul aux cas les plus usités, on aperçoit plusieurs choses essentielles que le simple raisonnement confirme, il est vrai, mais auxquelles on ne serait probablement pas arrivé par son seul secours. »

GÉOMÉTRIE. — *Note sur la théorie des surfaces; par* M. **Joseph Bertrand.**

(Commissaires, MM. Dupin, Sturm.)

« On sait que des droites prises au hasard dans l'espace ne peuvent pas toujours être considérées comme normales à une même surface; on peut énoncer analytiquement le même fait en rappelant que l'équation différentielle totale

$$\text{(1)} \qquad Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

n'est pas toujours susceptible d'être intégrée.

» Le but de cette Note est d'interpréter géométriquement les conditions qui doivent être remplies pour que l'équation (1) soit intégrable. Cette interprétation, qui n'offre aucune difficulté, m'a conduit au théorème suivant :