» Le *même agent,* porté par deux *voies différentes* (1) au système nerveux, y agit en *sens opposé,* et y *renverse* l'ordre des choses.

» **XI.** D'où ce *renversement* provient-il? A quoi tient-il?

» **XII.** La chirurgie a, depuis longtemps, des observations de *paralysie de mouvement* sans perte de *sentiment,* et, réciproquement, des observations de *paralysie de sentiment* sans perte de *mouvement.*

» **XIII.** Ce fait a été, longtemps, l'un des faits les plus curieux et les plus mystérieux de la science.

» Aujourd'hui, nous reproduisons, à volonté, ces *abolitions,* ces *extinctions* séparées du *sentiment* et du *mouvement,* en coupant séparément les *racines postérieures* ou les *racines antérieures* de la *moelle épinière.*

» Et voici un *agent donné* qui les reproduit aussi, à sa manière, et aussi nettes, aussi distinctes que le fait la main du physiologiste. »

M. **Chevreul** fait hommage à l'Académie d'un exemplaire de l'ouvrage qu'il vient de publier sous le titre de *Théorie des effets optiques que présentent les étoffes de soie.*

M. **Cauchy** dépose un *paquet cacheté.*

M. **Lamé** dépose un *paquet cacheté.*

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur la torsion des prismes et sur la forme affectée par leurs sections transversales primitivement planes; par* M. **de Saint-Venant.**

(Commission nommée pour un précédent travail de l'auteur sur le même sujet.)

« **1.** Dans un Mémoire présenté le 22 février 1847, j'ai démontré que les sections planes transversales, faites dans un prisme rectangle, éprouvaient, par la torsion de ce prisme, outre le gauchissement dû à l'inégalité des deux dimensions de la base, et révélé par l'analyse de M. Cauchy (2), un deuxième gauchissement, que certains termes de ses séries faisaient déjà soupçonner, et qui se fait sentir principalement auprès des quatre angles des sections. Ce nouvel élément explique pourquoi un prisme à base carrée offre moins

(1) *Différentes* à leur origine; car c'est toujours, en définitive, par le *sang,* par les *artères* que l'éther arrive au système nerveux.

(2) Voyez *Comptes rendus*, 20 novembre 1843, t. XVII, p. 1180, et 22 février 1847, t. XXIV, p. 260.

de résistance à la torsion, qu'un cylindre de même matière dont la section circulaire a le même moment d'inertie autour de son centre.

» Je me propose aujourd'hui d'obtenir, par le calcul, le rapport numérique de ces deux résistances, ainsi que la forme des sections devenues courbes, et, par suite, une expression exacte du moment des forces intérieures qui se développent et qui réagissent contre la torsion des prismes.

» 2. Le mouvement de torsion qu'éprouvent les diverses parties de tout prisme élastique homogène dont la longueur est très-grande par rapport aux dimensions transversales (au moins à une certaine distance des extrémités où sont appliqués les couples moteurs), est caractérisé par l'identité de forme de toutes les sections : les points de ces sections, qui se correspondaient primitivement sur une même parallèle aux arêtes, ont éprouvé, par suite de ce mouvement, les mêmes déplacements longitudinaux relativement aux centres des sections et des déplacements transversaux qui ne diffèrent, d'une section à l'autre, que par une rotation proportionnelle à leur distance mutuelle.

» Il en résulte que, si x, y, z sont les coordonnées d'un point quelconque d'une section, comptées parallèlement aux arêtes du prisme et à deux droites rectangulaires My, Mz se coupant, sur chaque section, au point central M où elle est traversée par l'axe de rotation resté fixe, et si ξ, η, ζ sont les déplacements dans le même sens, on a

$$\frac{d^2\eta}{dx^2}=0,\quad \frac{d^2\zeta}{dx^2}=0,\quad \frac{d^2\eta}{dx\,dy}=0,\quad \frac{d^2\zeta}{dx\,dz}=0,$$

en sorte que si l'on désigne par ξ' l'excès de ξ sur sa valeur au centre M, la première des trois équations connues de l'équilibre intérieur des corps solides homogènes se réduit, en négligeant la pesanteur, à

$$(1)\qquad \frac{d^2\xi'}{dy^2}+\frac{d^2\xi'}{dz^2}=0.$$

» De plus, il n'est pas difficile de se convaincre, avec tous les auteurs qui ont traité la question, que, si l'on néglige la pression atmosphérique, on peut négliger aussi les contractions transversales, et réduire les déplacements η, ζ à des rotations; en sorte que, θ étant l'angle de torsion pour l'unité de longueur du prisme, on a

$$(2)\qquad \eta=\theta xz,\quad \zeta=-\theta xy;$$

d'où

$$(3)\qquad \frac{d\eta}{dx}=\theta z,\quad \frac{d\zeta}{dx}=-\theta y.$$

» On a donc, G étant le *coefficient d'élasticité de glissement* (les $\frac{2}{5}$ de celui d'allongement ou de flexion désigné ordinairement par E), et M_x étant le moment de réaction de torsion autour de l'axe du prisme:

$$(4) \qquad M_x = \iint dy\,dz\left[G\left(\frac{d\xi'}{dy} + \theta z\right)z - G\left(\frac{d\xi'}{dz} - \theta y\right)y\right],$$

l'intégrale étant étendue à toute la section.

» 3. Si cette section est un rectangle, $G\left(\frac{d\xi}{dy} + \theta z\right)$ doit être nul sur les deux faces latérales supposées perpendiculaires aux y, et $G\left(\frac{d\xi}{dz} - \theta y\right)$ doit être nul sur les deux faces supposées perpendiculaires aux z; car ces deux expressions, qui représentent les composantes tangentielles des pressions sur la section, représentent aussi les pressions extérieures sur les faces latérales, estimées parallèlement aux x.

» Soient donc $2h$ et $2i$ les deux côtés de la section, parallèles aux y et aux z.

» Le problème de la détermination de ξ', ou de la forme prise par les sections, se réduit à intégrer l'équation (1)

$$\frac{d^2\xi'}{dy^2} + \frac{d^2\xi'}{dz^2} = 0,$$

avec la double condition que l'on ait

$$(5) \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{d\xi'}{dy} &= -\theta z \quad \text{pour} \quad y = \pm h, \\ \frac{d\xi'}{dz} &= \quad \theta y \quad \text{pour} \quad z = \pm i, \end{aligned}\right.$$

comme s'il s'agissait de déterminer les températures permanentes dans un prisme indéfini à base rectangle, dont deux côtés adjacents h et i seraient maintenus à zéro, et dont les deux autres seraient traversés par des flux de chaleur entrante et des flux de chaleur sortante, proportionnels aux distances de leurs divers points aux premiers côtés.

» M. Wantzel, avec qui je me suis entretenu du moyen de satisfaire simultanément aux deux conditions exprimées par les équations (5), dont les seconds membres sont variables, a eu l'idée de réduire la seconde à $\frac{du}{dz} = 0$ en posant $\xi = \theta yz + u$; ce qui lui a fourni l'intégrale complète

$$(6) \qquad \xi' = \theta y - \frac{32\theta i^2}{\pi^3}\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}\,\frac{e^{\frac{(2n+1)\pi y}{2i}} - e^{-\frac{(2n+1)\pi y}{2i}}}{e^{\frac{(2n+1)\pi h}{2i}} + e^{-\frac{(2n+1)\pi h}{2i}}}\cdot\sin\frac{(2n+1)\pi z}{2i}.$$

» 4. Il en résulte, pour le moment de réaction de torsion exprimé par (4):

$$(7)\qquad M_x = \frac{16}{3}G\theta h i^3 - G\theta i^4 \frac{1024}{\pi^5}\left(\frac{1-e^{-\frac{\pi h}{i}}}{1+e^{-\frac{\pi h}{i}}} + \frac{1}{3^5}\frac{1-e^{-\frac{3\pi h}{i}}}{1+e^{-\frac{3\pi h}{i}}} + \ldots\right);$$

d'où

» 1°. Quand $h = i$, ou quand le prisme est à base carrée,

$$M_x = 0{,}841\,\frac{8G\theta h^4}{3};$$

» 2°. Quand i est très-petit par rapport à h,

$$M_x = \frac{16}{3}G\theta h i^3.$$

» 5. Le second de ces deux résultats est identique avec celui que fournit la formule $\frac{16}{3}G\theta\frac{h^3 i^3}{h^2+i^2}$ de M. Cauchy : lorsqu'une des deux dimensions de la section est très-grande par rapport à l'autre, la première espèce de gauchissement est, en effet, seule influente, et celle qui vient des angles saillants est négligeable : la section peut être regardée alors comme prenant la forme d'un paraboloïde hyperbolique, dont l'équation est $\xi' = \theta yz$ ou $-\theta yz$.

» Quant au premier résultat, il montre que le moment de réaction de torsion d'un prisme à base carrée n'est que les

0,841

de ce qui résulte de la théorie ancienne, ou de ce que donne un cylindre dont la section circulaire a un moment d'inertie égal à celui $\frac{8h^4}{3}$ du carré autour de son centre.

» Les expériences de Duleau sur la torsion comparée des barres carrées et des barres rondes de fer, ont fourni moyennement, pour ce rapport, 0,85, et celles de Savart, sur des tiges de cuivre, ont donné 0,82. En sorte que la théorie est confirmée par les faits (*).

(*) Avant d'apercevoir que la question de la torsion se réduit à résoudre l'équation intégrable (1), j'avais cherché à résoudre approximativement, par une série algébrique à coefficients indéterminés, une question plus générale; en particularisant cette série pour le cas de la torsion du prisme carré, je trouvais

$$\xi' = \theta\left[a_3(y^3 z - y z^3) + a_7(y^7 z - 7y^5 z^3 + 7y^3 z^5 - 7z^7) + \ldots\right].$$

D'où, en cherchant les valeurs des coefficients a_3, a_7, au moyen de deux valeurs de z annu-

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Addition au Mémoire sur un nouveau mode de distribution de la vapeur propre à diminuer l'influence des espaces nuisibles dans les machines à deux cylindres; par* M. COMBES. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée.)

« Dans la Note que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, je fais voir que, au moyen du système de distribution dans les machines de Woolf à deux cylindres, proposé dans mon Mémoire, il est possible d'agrandir les passages de la vapeur, sans rien perdre sur le travail moteur que la vapeur peut fournir en vertu de sa pression initiale; et en perdant très-peu sur le travail dû à la détente qui a lieu, lorsque la vapeur se répand, à l'origine de la course des pistons, dans le tuyau de communication entre les deux cylindres. Tout le monde sait l'utilité de l'agrandissement de ces passages, dans le but de diminuer la contre-pression sur le petit piston.

» Je choisis comme exemple une machine où l'espace, composé de la liberté du petit cylindre et de la cheminée qui sert à la fois à l'introduction de la vapeur dans ce cylindre et à son écoulement dans le cylindre suivant, serait $\frac{1}{10}$ du volume du petit ou $\frac{1}{35}$ du volume du grand cylindre; le reste du tuyau de communication aurait une section égale à $\frac{1}{25}$ environ de celle du grand cylindre; la pression dans le condenseur, ou plutôt derrière le grand piston, serait $\frac{1}{20}$ de la pression initiale. Les tableaux comparatifs des quantités de travail calculées, correspondantes à une même dépense de vapeur, dans la machine pourvue du système de distribution ordinaire, et dans la même machine pourvue du nouveau système de distribution, donnent un avantage de 13,6 pour 100, en faveur de celle-ci, pour le cas où la vapeur se détend beaucoup, jusqu'à occuper dix-huit fois son volume primitif : cet avantage est encore de 6,2 pour 100, lorsque la vapeur est admise dans le petit cylindre pendant la course entière du piston, et n'occupe, au moment où elle va au condenseur, que trois fois et demie son volume primitif. »

---

lant les termes du onzième degré de $\frac{d\xi'}{dy}$ pour $y = h$, et négligeant les termes du quinzième et au-dessus :

$$a_3 h^2 = -0,3641, \quad a_1 h^6 = 0,01473;$$

et, par suite,

$$M_1 = 0,8465 \frac{8G\theta h^4}{3}.$$

Cette méthode donne, comme on voit, un résultat très-approché de celui de la méthode exacte.